

dr hab. inż. Gniewomir Sarbicki, prof. UMK
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
ul. Grudziądzka 5,
87-100 Toruń
e-mail: gniewko@fizyka.umk.pl

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Damiana Kołaczką “Dynamika stanów kwantowych w przestrzeni fazowej”

Praca doktorska pana Damiana Kołaczką składa się z czterech rozdziałów (bez wstępu). Pierwsze dwa (drugi i trzeci) mają charakter wprowadzający, kolejny (czwarty) opisuje metody numeryczne obliczania eksponenty operatorowej w zastosowaniu do równania Moyala i szacuje błąd tych metod. Rozdział piąty prezentuje analizę błędów metod numerycznych poprzez porównanie z rozwiązaniem analitycznym dla ewolucji stanu koherentnego w potencjałach, dla których takie rozwiązania istnieją. W dalszej części rozdział ten przedstawia rozwiązania numeryczne dla ewolucji czasowej stanu defektowanego kota Schrödingera w pustej przestrzeni i przy przejściu przez barierę gaussowską oraz przeprowadza dyskusję wniosków fizycznych płynących z obliczeń.

Układ pracy jest czytelny - rozdziały wprowadzające prezentują nierzadko wistyczną mechanikę kwantową dla cząstki o jednym stopniu swobody. Autor przykładem dużą wagę do ścisłości matematycznej, duża część poświęcona jest klasom operatorów oraz przestrzeniom funkcyjnym. Wyjaśnienie części pojęć matematycznych zostało przeniesione do Dodatku. Rozdział trzeci konstruuje operator przypisujący izomorficznie macierzy gęstości funkcję Wignera oraz wykorzystuje go do wyprowadzenia równania Moyala rządzącego dynamiką funkcji Wignera z równania von Neumanna. Otrzymany generator silnie ciągłej grupy dynamicznej jest sumą dwóch niekomutujących operatorów, z których każdy ma łatwo wyznaczalną eksponentę, ale znalezienie eksponenty ich sumy jest zadaniem w ogólnym przypadku trudnym. Dokładnie taki sam problem napotykamy rozwiązując zależne od czasu równanie Schrödingera i atakujemy go numerycznie różnymi wersjami metody split-operator, której błąd analizuje kolejny rozdział. W sposób widoczny prezentowane fakty tworzą logiczny ciąg.

Bibliografia zawiera aż 146 pozycji. Dobrane są one trafnie a sposób wykorzystywania wyników z pozycji bibliograficznych świadczy o ich dobrej znajomości. Zabrakło mi referencji do pracy o wykorzystaniu ujęcia przestrzenno-fazowego w analizie czasowo-częstotliwościowej sygnałów, które zostało wspomniane we Wstępie. Wyrzuciłbym natomiast wzmiankę w Podsumowaniu o zastosowaniu teorii kwantowej w ekonomii - doświadczalnicy mogą nam wiele powiedzieć jak trudno jest utrzymać nieklasyczne stany obiektów, szczególnie gdy stają się bardziej złożone. Nie wiem nic o doświadczalnym pomiarze stanów kwantowych obiektów makroskopowych, których zachowanie opisuje ekonomia. Wobec pewnych doniesień należy zachować sceptycyzm.

Rozprawa nie zawiera większych błędów, poniżej przedstawiam kilka uwag do kolejnych rozdziałów i wypunktowuję pomniejsze błędy i pomyłki.

Rozdział 2

1. Równania (14) i (15) (niezależne od czasu i zależne od czasu równanie Śródningera) nie są od siebie niezależne, choć są (zapewne w sposób niezamierzony) przedstawione bez słowa o związku pomiędzy nimi.
2. Drobną nieścisłością jest nazywanie w Definicji 2.3 elementów abstrakcyjnej przestrzeni Hilberta funkcjami. Elementami przestrzeni L^2 , kluczowej dla mechaniki kwantowej są klasy abstrakcji grupujące funkcje całkowalne z kwadratem różniące się na zbiorze miary zero.
3. Precyzyjnym zapisem równań (24), (29), (31) byłoby użycie kwantyfikatora ogólnego.
4. W przypisie na stronie 14: nie "dodatnio półokreślony" ale półdodatnio określony (semipositive definite).
5. Definicja 2.5 korzysta z twierdzenia 2.2 nie przytaczając go. Naturalnym byłoby zamienić ich kolejność.
6. W Twierdzeniu 2.1 chodzi oczywiście o możliwe przejścia między bazami ortonormalnymi.
7. Warto było wspomnieć, że Twierdzenie 2.2 jest natychmiastową konsekwencją twierdzenia 2.1.
8. Nigdzie nie zostało zdefiniowane pojęcie silnie ciągłej podgrupy ani oznaczenie " C_0 -półgrupa". Nigdzie nie zostały zdefiniowane topologie (zbieżności): silna, słaba, ultrasłaba. Bardzo przydałby się kolejny podrozdział w w Dodatku z tymi definicjami.

Rozdział 4

1. Wzór (273) opisuje operator \hat{W} , przypisujący jądro dystrybucyjnemu operatora odpowiadający mu symbol Weyla, zdefiniowany wcześniej wzorem (111). Działanie jego nie może zależeć od Δt . Prawdopodobnie chodzi o dyskretyzację czasową symbolu Weyla, ale nie jest to w żaden sposób wytłumaczone.
2. Na stronie (60) przy wspomnieniu biblioteki FFTW przydałby się odnośnik bibliograficzny (strona główna projektu).
3. We wzorze 189 brakuje przecinka - wzór dotyczy pochodnej iloczynu. Co więcej, nie widać definicji tego oznaczenia poza dodatkiem.

Rozdział 5

1. W opisie Rysunku 10 zabrakło informacji o częstości oscylacji błędu. Czy jest to podwojona częstość własna z Hamiltonianu?
2. W komentarzu do rysunków 11, 12, 13 zabrakło dopasowania wykładnika potęgi oraz stałej multiplikatywnej do danych (regresja afiniczna w skali logarytmicznej). Zostało o tym tylko wspomniane w podsumowaniu podrozdziału (wykładniki równe rzędowi metody). Szczególnie interesujące byłoby porównanie zmierzonej stałej multiplikatywnej z oszacowaniem wyznaczonym w rozdziale czwartym.
3. Parametr Γ w stanie kota mówi o zaniku członu interferencyjnego. Bardziej precyzyjną nazwą byłoby "decohered Schrödinger cat state".
4. Oprócz Tabeli 3, zależność wartości oczekiwanej pędu od parametrów Γ i θ można by zobrazować na dwuwymiarowym wykresie. To samo dotyczy Tabeli 4.
5. Rysunek 17: Wykres wygląda jak klasyczna, kwadratowa zależność energii kinetycznej od pędu. Czy jest to coś zaskakującego, biorąc pod uwagę twierdzenie Ehrenfesta?
6. Strona 77: "...modyfikacja wyrazu $n_1(x; t)$ pochodząca od Γ jest zaniebdywalna dla rozseparowanych gaussianów" - we wzorze (377) w ogóle nie widać zależności od Γ , współczynnik ten wpływa tylko na człon interferencyjny.
7. Szerokość bariery gaussowskiej to $< 10\%$ szerokości stanów gaussowskich w superpozycji. Ciekawe byłoby sprawdzić, jak wyglądałyby wyniki w granicy wysokiej i wąskiej bariery, oraz na ile wiarygodne by

pozostały, biorąc pod uwagę występujące w oszacowaniach błędu supra potęg potencjału.

8. Wybór podstawy logarytmu w (344) to wybór jednostki informacji. Najbardziej naturalnym wyborem jest bit, zatem najbardziej naturalną podstawą logarytmu jest 2. Oczywiście, jak autor napisał, modyfikuje to entropię o stałą addytywną i nie ma wpływu na wnioski z dyskusji.
9. Strona 84: entropowa zasada nieoznaczoności nie przyjmuje wartości (lub przyjmuje w zbiorze wartości logicznych). Wartości liczbowe przyjmuje jej lewa strona.
10. Nie jest wystarczająco skomentowane, że wzór (347) dotyczy fali płaskiej o pędzie p . Parametr $\langle p \rangle$ prawdopodobnie oznacza parametr stanu, z rozkładu którego fala pochodzi.
11. Wzory (340), (341) - brak przecinków.

Strony 36 i 49: angielskie słowa "where" i "and"

Mimo drobnych usterek autor umiejętnie opisuje i wyjaśnia wyniki swoich badań w doktoracie. Wyniki badań zostały opublikowane w dwóch artykułach w czasopismach International Journal of Applied Mathematics and Computer Science oraz Scientific Reports oraz w jednym materiale pokonferencyjnym.

Podsumowując, stwierdzam że przedstawiona mi do oceny rozprawa doktorska Pana mgr Damiana Kołaczka spełnia wszelkie, tak ustawowe (określone w Ustawie z dnia 18 marca 2011 r. o zmianie ustawy — Prawo o szkolnictwie wyższym, ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki oraz o zmianie niektórych innych ustaw (Dz. U. 2011 nr 84 poz. 455)), jak i zwyczajowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie Kandydata do dalszych etapów przebiegu doktorskiego prowadzonego przed Radą Dyscypliny Nauk Fizycznych Akademii Górniczo- Hutniczej.

Grzegorz Szlachci