



JAGIELLONIAN
UNIVERSITY
IN KRAKOW

Kraków, 5 września 2023

Institute

of Theoretical Physics

Leszek Motyka
Uniwersytet Jagielloński
Instytut Fizyki Teoretycznej
email: leszek.motyka@uj.edu.pl

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Hirena Kakkada

z tytułu

“Scattering Amplitudes in the Yang-Mills sector of Quantum Chromodynamics”

1 Cel badań i główne rezultaty naukowe

Rozprawa doktorska mgr. Hirena Kakkada jest poświęcona analizie teoretycznej amplitud rozpraszania gluonów o określonej skłonności w ramach chromodynamiki kwantowej (*ang. Quantum Chromodynamics, skrót QCD*). Tekst rozprawy zawiera wyczerpujący opis otrzymanych rezultatów badań naukowych prowadzonych z udziałem pana Kakkada, opublikowanych w trzech oryginalnych artykułach naukowych na łamach renomowanych międzynarodowych czasopism naukowych (*Physical Review D* i *Journal of High Energy Physics* — pozycje [1,2,45] bibliografii rozprawy) oraz wyników jeszcze nie opublikowanych w czasopismach naukowych.

Głównym celem prowadzonych badań jest analiza struktury teoretycznej sektora pól Yanga–Millsa w ramach chromodynamiki kwantowej oraz skonstruowanie transformacji prowadzących do form efektywnego działania QCD, które pozwalają na bardzo wydajne obliczenia amplitud rozpraszania gluonów w przybliżeniu drzewiastym oraz z uwzględnieniem jednopętlowych poprawek kwantowych. Zrealizowany program badawczy jest oryginalny i ciekawy. Oprócz stworzenia nowego formalizmu, użytecznego w obliczeniach amplitud rozpraszania cząstek we współczesnych zderzaczach cząstek, np. w Wielkim Zderzaczach Hadronów, otrzymane wyniki dają nowy wgląd w matematyczną strukturę QCD. Uważam, że ta „strukturalna” strona pracy jest bardzo interesująca. Teorie opierające się na działaniu Yanga–Millsa mają ogromną wagę fizyczną ponieważ opisują wszystkie znane fundamentalne oddziaływania w przyrodzie oprócz grawitacji. Jednocześnie, jako kwantowe, nieliniowe teorie pola, mają dużą złożoność teoretyczną i bogactwo fenomenologiczne. Obecnie formułowanie ilościowych przewidywań dla realistycznych obiektów i procesów mikroświata jest możliwe w ramach rachunków przybli-

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl



zonych, takich jak rozwinięcie perturbacyjne lub z użyciem metod symulacji Monte Carlo (chromodynamika kwantowa na sieciach). Pomimo rosnącej skuteczności i dokładności tych przybliżonych metod, wciąż jednak nie mamy matematycznie ścisłej odpowiedzi na pytanie o źródło zjawiska „uwięzienia koloru”, fundamentalnej cechy chromodynamiki kwantowej odpowiedzialnej za obserwowaną postać wszystkich hadronów. Tworzenie metod zmierzających do analitycznego rozwiązania chromodynamiki kwantowej to niezwykle ważne i żywe pole badań w obszarze fizyki teoretycznej procesów fundamentalnych. Badania opisane w rozprawie pana Kakkada wpisują się w ten nurt.

Podsumowując, wyniki badań przedstawionych w rozprawie tworzą spójną całość. Otrzymane zostały nowe postaci działania efektywnego dla pól Yanga–Millsa w przybliżeniu drzewiastym i jednopętlowym. Następnie został skonstruowany formalizm pozwalający na niezwykle efektywne obliczanie amplitud rozpraszania gluonów. Zbadana została spójność teoretyczna tego formalizmu oraz sprawdzona została zgodność wyników uzyskanych z działania efektywnego z wynikami otrzymanymi wcześniej w ramach standardowego podejścia. W rezultacie powstały nowe narzędzia teoretyczne do formułowania przewidywań dla procesów rozpraszania hadronów i zbadane zostały nowe własności teorii Yanga–Millsa.

2 Treść i układ pracy, oryginalne wyniki badań

Rozprawa doktorska mgr. Hirena Kakkada podzielona jest na siedem rozdziałów, bibliografię zawierającą 101 pozycji literatury oraz dodatek (Appendix) składający się z dziesięciu części. Rozdział 1 zawiera wprowadzenie do teorii Yanga–Millsa i formalizmu spinorowego w zastosowaniu do obliczania amplitud wielogluonowych z określonym zestawem skrętności. Już w tym wstępnym rozdziale opisane są zaawansowane i nowoczesne pojęcia, w szczególności przedstawiona jest metoda Cachazo, Svrceka i Wittena, pozwalająca na wyrażenie dowolnych amplitud rozpraszania gluonów za pomocą amplitud maksymalnie łamiących skrętność (*ang. Maximally Helicity Violating — MHV*), czyli amplitud MHV, wraz z jej geometryczną interpretacją w języku twistorów. W Rozdziale 2 opisany jest kluczowy punkt wyjściowy dla większości rezultatów rozprawy, to jest konstrukcja efektywnego działania chromodynamiki kwantowej z oddziaływaniem opisanym przez amplitudy MHV, przeprowadzona przez Paula Mansfielda w 2005 roku. Następnie przedstawiona jest interpretacja stopni swobody działania MHV jako szczególnych linii Wilsona, dokonana przez Piotra Kotko i Annę Staśto w 2017 roku. Ten rozdział zawiera też szczegółową analizę związku między tymi stopniami swobody a samodualnym sektorem QCD, która jest ważną częścią pracy [45].

W Rozdziale 3 przedstawione są kolejne oryginalne rezultaty otrzymane z udziałem Autora rozprawy, opisane w pracy [1]. Najważniejszy z nich to zaproponowanie nowego efektywnego działania QCD, z którego zostały wyeliminowane wierzchołki trójgluonowe dla wszystkich konfiguracji skrętności. Postać nowego działania została wyprowadzona na dwa niezależne sposoby, przez bezpośrednią transformację kanoniczną i przez sekwencję dwu kolejnych transformacji kanonicznych. Stopnie swobody nowego działania mają intrygującą postać linii Wilsona zbudowanej z linii Wilsona, zanurzonych w dualnej i anty-samodualnej podprzestrzeni zespolonego rozszerzenia przestrzeni Minkowskiego. Autor wyprowadza reguły Feynmana z nowego działania i z ich zastosowaniem oblicza drzewia-



JAGIELLONIAN
UNIVERSITY
IN KRAKOW

Institute

of Theoretical Physics

ste amplitudy gluonowe o różnych skłonnościach do ośmiu gluonów włącznie oraz pokazuje związek liczby diagramów mających wkład do amplitud z liczbami Delannoya. Omówiona jest także interpretacja geometryczna wierzchołków nowego działania w języku twistorów. Rozdział 4 poświęcony jest wyprowadzeniu efektywnego działania MHV dla chromodynamiki kwantowej z dokładnością do jednej pętli kwantowej przeprowadzonemu w pracy [2]. W przypadku teorii opisanych przez działanie efektywne, obliczanie poprawek kwantowych wymaga modyfikacji funkcji Lagrange'a, stąd konieczność wyjścia poza analogiczne efektywne działanie w przybliżeniu klasycznym. Otrzymane rezultaty są ciekawe i wysoce zaawansowane teoretycznie. Opracowana jest nowa metoda wyprowadzenia efektywnego kwantowego działania MHV z efektywnego jednopętlowego działania teorii Yanga–Millsa. To działanie pozwala na obliczenie dowolnych amplitud rozpraszania gluonów z dokładnością do jednej pętli kwantowej. Metoda jest sprawdzona przez wyznaczenie wybranych czterogluonowych amplitud w regularyzacji powierzchni świata (*ang. worldsheet regularization*) w czterech wymiarach. W Rozdziale 5 opisane są nowe, jeszcze nie opublikowane wyniki, dotyczące efektywnego jednopętlowego działania kwantowego w sformułowaniu opracowanym w pracy [1]. Postawione i rozwiązane są dwa główne problemy teoretyczne: (i) opracowanie metody konstrukcji kwantowego działania efektywnego w formie zawierającej wyłącznie wierzchołki nowych stopni swobody oraz (ii) wyprowadzenie jednopętlowego działania efektywnego dla działania MHV i dla nowego działania znalezionego w pracy [2] z użyciem tej metody. Problem (i) rozwiązany jest przez analizę kwantowej funkcji rozdziału teorii Yanga–Millsa po transformacji do stopni swobody działania efektywnego. Zastosowanie tego schematu daje poszukiwaną formę jednopętlowego działania efektywnego w obydwu rozważanych przypadkach. Obydwie otrzymane postaci działania odtwarzają pełne jednopętlowe efekty kwantowe QCD, co zostało sprawdzone dla wybranego zestawu amplitud rozpraszania gluonów.

Główną część rozprawy kończą Rozdział 6, który podsumowuje przedstawione wyniki oraz Rozdział 7, w którym wskazane są możliwe kierunki kontynuacji badań. Podsumowanie jest zwarte i klarowne, a ostatni rozdział wskazuje kolejne istotne problemy badawcze, które można postawić i rozwiązać z użyciem rozwiniętego w rozprawie formalizmu. Wszystkie problemy badawcze wskazane w tym rozdziale są ciekawe i mają dużą wagę teoretyczną, w szczególności za niezwykle interesującą uważam propozycję zastosowania opracowanej metodologii do supersymetrycznych niezmienniczych konforemnie teorii Yanga–Millsa. Dodatek składa się z 10 rozdziałów o charakterze technicznym, zawierających szczegółowe przeliczenia wybranych rezultatów opisanych w głównej części pracy.

Cała rozprawa jest bardzo obszerna, ma 223 strony tekstu, w tym jej główna część ma 159 stron. W treści zdecydowanie dominuje szczegółowa prezentacja oryginalnych wyników badań. Układ pracy jest bardzo dobry, klarowny, logiczny, dobrze porządkuje obszerną i złożoną zawartość. Podział na rozdziały odpowiada kolejnym rozwiązywanym zagadnieniom. Praca jest bardzo bogata w złożone formuły teoretyczne, które są świetnie zredagowane, notacja jest starannie wprowadzona i spójna w całej pracy. Wyniki dotyczące diagramatyki i geometrycznych aspektów rezultatów są zilustrowane znakomicie przygotowanymi rysunkami. Redakcja tekstu stoi na bardzo wysokim poziomie, praca jest niezwykle starannie przygotowana.

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl



JAGIELLONIAN
UNIVERSITY
IN KRAKOW

Institute

of Theoretical Physics

3 Metodologia i bibliografia

Rozprawa doktorska mgr. Hirena Kakkada opisuje badania z zakresu fizyki teoretycznej, dotyczące formalnych zagadnień klasycznej i kwantowej teorii pola oraz zagadnień fizyki matematycznej. Zastosowana metodologia jest bogata, zaawansowana i adekwatna do rozwiązywanych problemów naukowych. Najważniejsze metody używane w pracy dotyczą kanonicznego sformułowania teorii fizycznych przez funkcjonal działani i całki funkcjonalne w kwantowym opisie teorii pola. Formalizm ten używany jest intensywnie i z dużą biegłością. Autor swobodnie posługuje się teoriopolowymi transformacjami kanonicznymi i sformułowaniami nieliniowej teorii pola za pomocą rozmaitych złożonych stopni swobody, takich jak linie Wilsona i „linie Wilsona z linii Wilsona”. Transformacje kanoniczne łączone są z metodami obliczania efektów kwantowych na poziomie rachunku funkcjonalnego. Stosowane są nowoczesne metody w kwantowej teorii pola, takie jak sformułowanie teorii Yanga–Millsa w języku amplitud skrętności w ujęciu spinorowym, czy interpretacja twistorowa tych amplitud. Poziom teoretycznego zaawansowania opisanych badań jest wysoki, a do ich przeprowadzenia potrzebny był szeroko zakres wiedzy i głębokie zrozumienie fundamentalnych zagadnień relatywistycznej kwantowej teorii pola. Stopień złożoności prowadzonych rozumowań i rachunków oraz niezbędnej teoretycznej precyzji są bardzo wysokie. Przedstawione wyprowadzenia kluczowych wyników są logiczne, spójne i kompletne. Budzą uznanie biegłość i łatwość z jaką Autor porusza się pomiędzy różnymi strukturalnymi aspektami chromodynamiki kwantowej i z jaką łączy różne zaawansowane metody analizy. Bardzo wysoko oceniam krytyczne i ostrożne podejście do uzyskiwanych rezultatów: są one starannie testowane przez alternatywne wyprowadzenia i porównanie do wyników innych autorów tam gdzie to możliwe. W mojej ocenie od strony metodologicznej przedstawiona rozprawa jest wzorcowa i reprezentuje poziom ekspercki w wymiarze międzynarodowym.

Praca jest dobrze osadzona w literaturze przedmiotu załączonej jako bibliografia. Autor starannie wprowadza w tematykę rozprawy poprzez odniesienia do dobrze wybranych 101 pozycji literatury, w tym wielu klasycznych rezultatów opublikowanych na przestrzeni ostatnich dwu dekad. Bibliografia jest wyczerpująca, zawiera całkowicie wystarczający zestaw pozycji niezbędnych do zrozumienia motywacji naukowej i zastosowanych metod. Autor starannie oddziela bardzo liczne własne wyniki od wyników znanych wcześniej, dzięki czemu odbiorca zyskuje doskonały wgląd zarówno w to, co nowego przyniosła rozprawa, jak i w to, jak wpisuje się w kontekst współczesnych badań nad chromodynamiką kwantową.

4 Ocena wkładu Autora rozprawy

Bez żadnej wątpliwości, rozprawa mgr. Hirena Kakkada wskazuje na bardzo wysoki poziom wiedzy i umiejętności Autora, znakomitą czynną znajomość współczesnych metod analitycznych w klasycznej i kwantowej teorii pola oraz na jego bardzo znaczący wkład w uzyskanie opisanych oryginalnych rezultatów. W mojej ocenie Autor wykazał wiedzę i umiejętności prowadzenia samodzielnej pracy naukowej oraz jej prezentacji na poziomie znacznie wyższym, niż to niezbędne do uzyskania stopnia doktora. Podkreślam ponownie, że w ramach badań związanych z rozprawą udało się wypracować nowe, oryginalne podejście do teorii Yanga–Millsa, co po kilkudziesięciu latach intensywnych studiów nad tymi teoriami jest pierwszorzędym osiągnięciem.

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl



Stopień złożoności przeprowadzonych wyprowadzeń jest wysoki, a liczba cząstkowych wyników opisanych w rozprawie jest duża. Ogromnie kompetentny sposób prezentacji tego obszernego materiału jednoznacznie świadczy o bardzo znaczącym wkładzie Autora w uzyskanie tych rezultatów. Ponadto, tekst rozprawy istotnie wykracza poza zawartość opublikowanych artykułów naukowych, w szczególności dotyczy to Rozdziału 5 oraz obszernych dodatków, ale nie tylko. Wszystkie trzy oryginalne artykuły stanowiące podstawę rozprawy są sygnowane przez troje autorów. Jest to raczej niewielki zespół, w którym każdy z jego członków musiał mieć istotny udział w badaniach, zważając w szczególności na to, że wyniki złożonych obliczeń wymagają niezależnego sprawdzenia. Jestem przekonany, że zawartość Rozdziału 5 jest materiałem na kolejną świetną publikację.

Jak już wspomniałem wyżej, od strony metodologicznej rozprawa budzi najwyższe uznanie. Dodać tu należy, że nie tylko sam wybór i zastosowanie, ale także prezentacja rozległego wachlarza zaawansowanych metod, są znakomite. Potwierdza to, że Autor ma głęboką znajomość badanej tematyki.

5 Uwagi i komentarze

Nie mam uwag krytycznych dotyczących spełnienia przez rozprawę mgr. Kakkada któregośkolwiek formalnego lub zwyczajowego kryterium oceny. Przeciwnie, uważam, że przedstawiona rozprawa jest wzorcowa pod każdym względem. W szczególności jej wyniki są inspirujące, stąd nasuwają pewne pytania fizyczne:

1. Stopnie swobody nowych form działania są związane z liniami Wilsona. Linie Wilsona to obiekty nielocalne w czasoprzestrzeni Minkowskiego. Jakie są konsekwencje reprezentacji teorii przez nielocalne stopnie swobody, a w szczególności czy i jak działają w tej reprezentacji ograniczenia narzucone przez przyczynowość?
2. Czy nowe formy działania znalezione w rozprawie mogą mieć inne zastosowania, niż obliczanie amplitud rozpraszania gluonów, czy można np. użyć ich do wyliczania funkcji korelacji między liniami Wilsona?
3. Ważnym narzędziem analizy teoretycznej w kwantowej teorii pola jest obrót Wicka do teorii w przestrzeni euklidesowej. Czy taka operacja jest możliwa w przypadku zaproponowanych form działania efektywnego?

Pytania te mają charakter otwarty i w żaden sposób nie podważają spójności uzyskanych rezultatów, powinny być potraktowane jako możliwa inspiracja.

6 Ocena końcowa

Podsumowując, z przyjemnością stwierdzam, że rozprawa doktorska przedstawiona przez magistra Hirena Kakkada spełnia wszystkie zwyczajowe i ustawowe wymagania oraz wnoszę o dopuszczenie pana Hirena Kakkada do dalszych etapów postępowania w sprawie nadania stopnia naukowego doktora w dyscyplinie Nauki Fizyczne.

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl



JAGIELLONIAN
UNIVERSITY
IN KRAKOW

Institute

of Theoretical Physics

Wniosek o wyróżnienie rozprawy doktorskiej

Wnoszę o wyróżnienie rozprawy doktorskiej mgr. Hirena Kakkada.

Uzasadnienie: rozprawa opisuje ważne osiągnięcia naukowe: konstrukcje nowych form działania efektywnego chromodynamiki kwantowej w przypadku klasycznym i kwantowym. Postawione i rozwiązane problemy naukowe są ambitne i wymagające. Liczne wyniki są ciekawe od strony teoretycznej i dostarczają nowych, wydajnych metod obliczania amplitud rozpraszania glunów, które mogą być zastosowane do opisu procesów badanych we współczesnych zderzaczach cząstek. Metodologia opisana w rozprawie jest zaawansowana i doskonale zaprezentowana. Praca jest wzorcowa i w każdym z kryteriów zasługuje na najwyższe oceny.

Leszek Motyka

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl