

Recenzja rozprawy doktorskiej Hirena Kakkada
"Scattering Amplitudes in the Yang Mills sector in Quantum Chromodynamics"

Rozprawa doktorska mgra Hirena Kakkada jest poświęcona studiom amplitud rozpraszania w czysto gluonowej chromodynamice kwantowej (QCD), która jest podstawą opisu oddziaływań silnych. Klasycznym polem Yanga-Millsa z lokalną grupą cechowania $SU(3)$ odpowiada po skwantowaniu oktet samoodziaływających pól kwantowych (gluonów) niosących ładunki kolorowe, które są wymieniane podczas oddziaływania pomiędzy gluonami. Policzenie wielogluonowych amplitud rozpraszania stanowi nietrywialne wyzwanie teoretyczne, konieczne do opisu procesów fizycznych w rozpraszaniu hadronów na współczesnych akceleratorach, takich jak LHC w CERNie czy planowany EIC w Brookhaven National Laboratory.

Asymptotyczna swoboda, podstawowa cecha QCD, umożliwia perturbacyjne podejście do przedstawionego powyżej problemu, w którym amplitudy gluonowe są obliczane w kolejnych potęgach silnej stałej sprzężenia g poprzez sumowanie diagramów Feynmana. Symetria cechowania, konieczna do geometrycznego sformułowania QCD, prowadzi jednak do ogromnej nadmiarowości w liczbie diagramów Feynmana dla kolejnych potęg g . Ich liczba rośnie bowiem wykładniczo z potęgą g . Ogromnym zaskoczeniem było zatem odkrycie około 30 lat temu, że amplitudy rozpraszania zrzutowane na wektory polaryzacji zewnętrznych gluonów o określonej skrętności (helicity) są właściwymi obiektami w opisie rozpraszania wielogluonowego. Wykorzystując własność skalowania takich amplitud względem transformacji tzw. małej grupy można bowiem często przewidzieć ich końcową postać dla określonych konfiguracji skrętności zewnętrznych gluonów. W rachunkach z diagramami Feynmana ten wynik jest otrzymywany jako rezultat ogromnej liczby kasowań pomiędzy nimi, co ilustruje wynikającą z symetrii cechowania nadmiarowość w tym podejściu. Zrozumienie nowej struktury matematycznej, która kryje się za sformułowaniem z niezmienniczymi względem cechowania amplitudami skrętnościowymi (helicity amplitudes) oraz rozwinięcie technik ich obliczeń dla różnych konfiguracji skrętności gluonów jest zagadnieniem, któremu poświęcona jest recenzowana rozprawa doktorska.

Chciałbym już na początku podkreślić, że badania przedstawione w rozprawie doktorskiej są najwyższej jakości i sytuują się na froncie światowych badań amplitud skrętnościowych w QCD. Ich wyniki zostały systematycznie opublikowane w trzech kolejnych latach w najlepszych czasopismach w dziedzinie fizyki wysokich energii (JHEP i PRD). *Głównym wynikiem jest zaproponowanie nowej metody efektywnego obliczania jednopętlowych amplitud gluonowych, bazującej na nowym działaniu QCD.* Rozprawa doktorska liczy 223 strony i złożona jest z pięciu bardzo dobrze napisanych zasadniczych rozdziałów, którym towarzyszy obszerny 10-punktowy dodatek ze szczegółami technicznymi rozważań. Bardzo dobrze to służy czytelności rozprawy.

Przedstawione wyniki zostały otrzymane we współpracy z promotorem oraz z Prof. Anną Staśto z Pennsylvania State University w USA. Bardzo wysoko oceniam stronę formalno-techniczną rozprawy i nie mam do niej żadnych zastrzeżeń. Poniżej omówię kolejne rozdziały rozprawy i przedstawię moje uwagi.

Rozdział 1 jest wprowadzeniem do tematyki rozprawy. Zawiera bardzo dobry wstęp teoretyczny, opis poszczególnych rozdziałów oraz prezentację niezbędnych elementów teoretycznych QCD (takich jak działanie, reguły Feynmana, definicje linii Wilsona i amplitud rozpraszania). Przedstawiona została także w bardzo ekonomiczny sposób technika rozkładu kolorowych stopni swobody w amplitudach rozpraszania (color decomposition), a także podstawowy dla techniki używanej w pracy formalizm spinorów skrętnościowych (spinor helicity formalism), przy pomocy których zapisuje się pędy i polaryzację zewnętrznymi gluonów w amplitudach skrętnościowych. Pozwoliło to omówić te amplitudy w przybliżeniu drzewowym (bez pętli), definiując kolejne względem stopnia złożoności amplitudy o określonej konfiguracji skrętności zewnętrznych gluonów znajdujących się na powłoce masy. Ich angielskie nazwy to MHV (maximally helicity violating), NMHV (next-to-MHV) czy NNMHV (next-to-next-to-MHV). Stopień tych amplitud jest określony przez liczbę gluonów o ujemnej skrętności, odpowiednio, 2,3,4. Istnieją również "barowane" amplitudy MHV, których stopień jest zdefiniowany przez liczbę gluonów o dodatniej skrętności. W ostatnim podrozdziale omówione zostały reguły CSW (Cachazo, Svrcek, Witten) obliczania amplitud MHV. W tym podejściu, amplitudy MHV są traktowane jako wierzchołki oddziaływań, z których można zbudować kolejne amplitudy wielogluonowe MHV. Jako przykład, w rozprawie została skonstruowana 5-punktowa amplituda MHV przy pomocy 3 i 4-punktowych wierzchołków. Niedosyt budzi u mnie jednak zakończenie omawianego rozdziału, w którym przedstawiona jest próba opisu geometrycznej struktury amplitud MHV przy pomocy przestrzeni twistorowej. Zostało to zrobione "in a nut shell", a cenny byłby pogłębiony podrozdział.

Rozdział 2 jest kluczowy dla zasadniczych rozważań w rozprawie. Omówione w nim zostało najpierw działanie zaproponowane przez Paula Mansfielda (MHV action). Skonstruował on transformację kanoniczną prowadzącą od oryginalnego działania QCD z polami poprzecznymi, $S[A^\bullet, A^*]$, do działania z nowymi polami, $S[B^\bullet, B^*]$, w którym znika wierzchołek trójgluonowy o skrętnościach $(++-)$. W wyniku tego z nowego działania można otrzymać kolejne wierzchołki MHV oraz skalarny propagator łączący pola o przeciwnych skrętnościach. Jest to więc wynikająca z działania teorio-polowa realizacja reguł CSW konstrukcji amplitud MHV. Poprzez szczegółową analizę równań Mansfielda, Kotko i Staśto odkryli, że nowe pole o dodatniej skrętności $B^\bullet[A^\bullet]$ może być wyrażone poprzez linie Wilsona z oryginalnym polem A^\bullet co oznacza, że linie Wilsona są podstawowymi stopniami swobody w działaniu MHV. Ta obserwacja została następnie rozszerzona przez autorów wspólnie z doktorantem na drugie pole o ujemnej skrętności $B^*[A^*, A^\bullet]$. Opis konstrukcji prowadzącej do tego wniosku jest przedstawiony w omawianym rozdziale, natomiast szczegóły techniczne zostały umieszczone w Dodatkach. Rozdział jest zakończony próbą interpretacji geometrycznej otrzymanych wyników w zespolonej przestrzeni Minkowskiego. Jest to w mojej ocenie wstępna próba interpretacji geometrycznej, która być może będzie pogłębiona poprzez szczegółową analizę w przestrzeni twistorowej. Chętnie usłyszałbym w trakcie obrony opinie doktoranta na ten temat.

Rozdział 3 jest poświęcony głównemu wynikowi pracy - wyprowadzeniu nowego działania QCD, w którym znika również wierzchołek trójgluonowy o skrętnościach $(+ - -)$. Główną motywacją tego kroku jest nadzieja, że otrzymane w ten sposób nowe działanie będzie zawierać wszystkie niezerowe wierzchołki oddziaływań, także o skrętności wychodzących poza konfiguracje MHV. Drogą do tego celu jest podwójna transformacja kanoniczna Mansfielda, w której usuwany jest najpierw wierzchołek $(+ + -)$, a następnie wierzchołek $(+ - -)$. W rozprawie przedstawiono tę konstrukcję, otrzymując działanie QCD z nowymi polami o określonej skrętności, $S[Z^\bullet, Z^*]$, zawierające nieskończoną liczbę wierzchołków oddziaływań. W szczególności, pojawiły się wierzchołki N^k MHV, które odpowiadają odpowiednim amplitudom z gluonami na powłoce masy. Na podkreślenie zasługuje fakt, że nowe działanie umożliwia także obliczenie funkcji Greena z zewnętrznymi gluonami poza powłoką masy. Reguły Feynmana wyprowadzone z nowego działania zostały zastosowane do obliczeń znanych amplitud skrętnościowych w przybliżeniu drzewowym z liczbą zewnętrznych gluonów $n = 4, 5, 6, 7, 8$. Pozwoliło to pokazać, że nowe działanie prowadzi do efektywnej metody obliczania takich amplitud z mniejszą liczbą diagramów w stosunku do metody CSW. W szczególności, dla n -gluonowej amplitudy NMHV zysk obliczeniowy wynosi $2(n - 3) - (2(n - 5) + 1) = 3$. Pięknym matematycznie wynikiem jest także odkrycie, że liczba diagramów dla amplitudy z $(n + 2)$ dodatnimi i $(m + 2)$ ujemnymi skrętnościami zewnętrznych gluonów jest dana przez znaną z teorii automatów komórkowych liczbę Delannoya $D(n, m)$. Ostatni podrozdział jest poświęcony relacji pomiędzy nowym działaniem $S[Z^\bullet, Z^*]$, a sformułowaniem używającym przestrzeni twistorowej. Niestety, nie byłem w stanie go prześledzić, co prawdopodobnie odzwierciedla fakt słabego wprowadzenia do zagadnień twistorowych w Rozdziale 1.

Dwa ostatnie rozdziały rozprawy są poświęcone zagadnieniu obliczania amplitud skrętnościowych w przybliżeniu jednopętlowym, które wychodzi poza rozważane dotąd przybliżenie drzewowe. W przybliżeniu tym pojawiają się niezerowe amplitudy z gluonami o takich samych skrętnościach lub tylko jedną inną skrętnością, np. $(+ + \dots +)$ lub $(+ + \dots + -)$. Nowe działanie z Rozdziału 3 z polami Z nie zawiera takich wierzchołków, gdyż są one równe zeru w przybliżeniu drzewowym i w związku z tym pojawia się problem jak go uzupełnić o poprawki kwantowe.

Pierwszy krok w tym kierunku został przedstawiony w Rozdziale 4. Punktem wyjścia jest oryginalne działanie z polami gluonowymi o określonych skrętnościach A^\bullet i A^* . Metoda pola tła (background field method) jest standardową metodą otrzymania poprawek jednopętlowych, w której działanie klasyczne w eksponencie całki funkcjonalnej jest rozwijane z dokładnością do kwadratowych fluktuacji pola gluonowego wokół pola tła spełniającego klasyczne równania Yanga-Millsa (YM). W rozprawie wykonano to najpierw dla samodualnej części działania YM, a następnie dla pełnego działania. Otrzymane w ten sposób efektywne działanie, $S^{(\text{one-loop})}[A^\bullet, A^*]$, uwzględnia poprawki jednopętlowe do amplitud gluonowych. Poprzez zastosowanie transformacji kanonicznej Mansfielda do tego działania otrzymano poprawki jednopętlowe do działania MHV, $S^{(\text{one-loop})}[B^\bullet, B^*]$. Doktorant obliczył następnie amplitudy czterogluonowe ze skrętnościami $(+ + + +)$ i $(+ + + -)$ w przybliżeniu jednopętlowym, uzyskując zgodność z wynikami znanymi w literaturze przedmiotu. Pozytywny wynik tego testu przekonuje, że działanie MHV z poprawkami kwantowymi zawiera wszystkie niezbędne elementy do

prawidłowego wyliczenia tych amplitud.

W rozdziale 5. wykonano krok dalej i obliczono poprawki jednopętlowe do nowego działania z polami Z z rozdziału 3. Cechą tego działania jest brak trójgluonowych wierzchołków. Tymczasem w standardowych obliczeniach, bazujących na oryginalnym działaniu YM, takie wierzchołki występują przy obliczeniach amplitud skrzyżnościowych w przybliżeniu jednopętlowym. Otrzymane wyniki nie mogą być więc wprost otrzymane z działania $S[Z^\circ, Z^*]$, co oznacza jego "kwantową niekompletność". Zastosowanym w rozprawie rozwiązaniem jest transformacji Mansfielda poprawionego kwantowo działania z polami B z Rozdziału 4. Realizowane jest więc złożenie dwóch transformacji: $S^{(\text{one-loop})}[A^\circ, A^*] \rightarrow S^{(\text{one-loop})}[B^\circ, B^*] \rightarrow S^{(\text{one-loop})}[Z^\circ, Z^*]$, prowadzące do poszukiwanego działania końcowego. Może ono być osiągnięte również bezpośrednio z działania początkowego, co jest szczegółowo analizowane w rozprawie. Tak skonstruowane działanie zawiera wszystkie wkłady jednopętlowe oraz pozwala w ocenie doktoranta na dużo bardziej efektywne obliczenie jednopętlowych amplitud wielogluonowych niż działania z polami A lub B . W rozprawie przedstawiono również metodę pozwalającą na jawne pojawienie się wierzchołków pól Z w poprawce pętlowej do działania. Ostatnie podrozdziały są poświęcone obliczeniom testowym jednopętlowych amplitud przy pomocy reguł wynikających z kwantowego działania z polami Z . Przekonują one o kompletności tego działania.

Rozprawę kończy rozdział poświęcony planom na przyszłość (Outlook). Zaprezentowane zamierzenia powodują, iż z niecierpliwością będę oczekiwał na nowe wyniki w mam nadzieję niedalekiej przyszłości.

Podsumowując, przedstawiona do oceny rozprawa doktorska zawiera imponującą ilość materiału, który systematyzuje podejścia do obliczeń gluonowych amplitud skrzyżnościowych oraz dostarcza nowych, bardziej efektywnych technik obliczeniowych w intensywnie rozwijającej się dziedzinie badań poświęconych chromodynamice kwantowej. Rozprawa reprezentuje najwyższy światowy poziom i w związku z tym wnioskuję o jej wyróżnienie.

Stwierdzam, że przedstawiona do oceny rozprawa spełnia wszystkie ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie mgra Hirena Kakkada do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Krzysztof Golec-Biernat